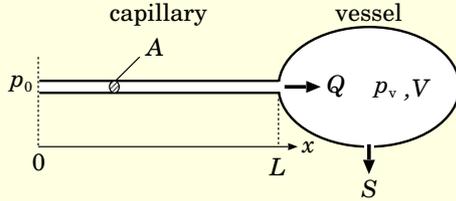


長い導管からの気体流入がある真空容器の圧力変化

松田七美男¹, 佐藤吉博², 斎藤芳男²
東京電機大学¹, 高エネルギー加速器研究機構²



長い導管からの気体流入がある真空容器



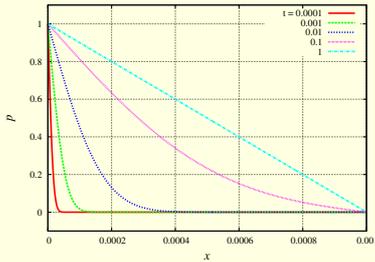
境界条件: $p(L, t) = 0$ (容器と無関係)

導管内部の圧力分布 $p(x, t)$ と流束 $J(x, t)$ は以下のように与えられる。

$$p(x, t) = p_0 \left\{ 1 - \frac{x}{L} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \exp\left(-\frac{k^2 \pi^2 D t}{L^2}\right) \sin \frac{k \pi x}{L} \right\} \quad (1)$$

$$J(x, t) = -D \frac{\partial}{\partial x} n(x, t) = \frac{p_0 D}{k T L} \left\{ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{k^2 \pi^2 D t}{L^2}\right) \cos \frac{k \pi x}{L} \right\} \quad (2)$$

$$J(L, t) = \frac{p_0 D}{k T L} \left\{ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-)^k \exp\left(-\frac{k^2 \pi^2 D t}{L^2}\right) \right\} \quad (3)$$



溜め込む場合 ($S = 0$) の解

排気速度 $S = 0$ の場合,

$$\frac{dp_v}{dt} V = Q = A J k T \quad (4)$$

であるから, 圧力は $A J k t / V$ を時間で積分して,

$$p_v = \frac{A}{V} \int_0^t J(L, t') k T dt' \quad (5)$$

$$= \frac{p_0 A D}{V L} \int_0^t \left\{ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-)^k \exp\left(-\frac{k^2 \pi^2 D t'}{L^2}\right) \right\} dt' \quad (6)$$

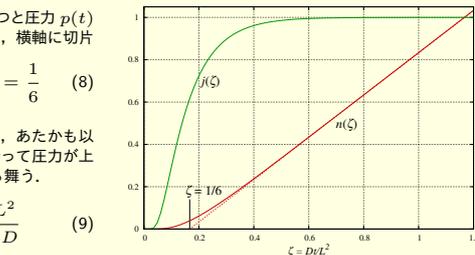
$$= \frac{p_0 A L}{V} \left\{ \zeta - \frac{1}{6} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} (-)^k \frac{1}{k^2} \exp(-k^2 \pi^2 \zeta) \right\} \quad (7)$$

ある程度時間が経つと圧力 $p(t)$ は直線的に増加し, 横軸に切片

$$\zeta = \frac{D t}{L^2} = \frac{1}{6} \quad (8)$$

を持つ。すなわち, あたかも以下の時間遅れを持って圧力が上昇するように振る舞う。

$$\tau = \frac{L^2}{6D} \quad (9)$$



容器の排気の方程式

$$V \frac{dp_v}{dt} = Q - S p_v \quad (10)$$

$$Q = \tilde{J} k T \equiv J k T - J_v k T \simeq J k T \quad (11)$$

容器から導管への流束は小さいものとして無視する

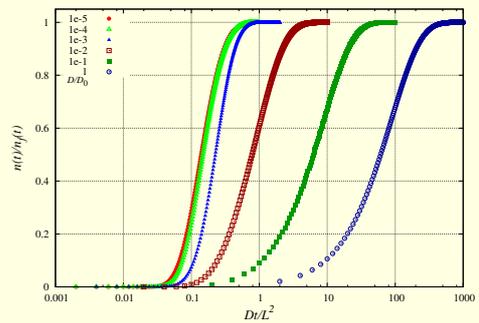
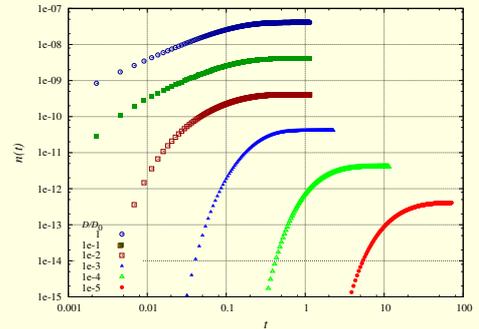
S 一定で排気する場合の解

定数変化法を用いて積分を実行する

$$p_v = \exp\left(-\frac{S}{V} t\right) \left[\int_0^t \frac{A J(t') k T}{V} \exp\left(\frac{S}{V} t'\right) dt' \right] \quad (12)$$

$$= \frac{A D p_0}{V L} \left[\frac{V}{S} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{S}{V} t\right) \right\} + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-)^k C_k^{-1} \left\{ \exp(-B_k t) - \exp\left(-\frac{S}{V} t\right) \right\} \right] \quad (13)$$

$$C_k = \frac{S}{V} - \frac{k^2 \pi^2 D}{L^2}, \quad B_k = \frac{k^2 \pi^2 D}{L^2} \quad (14)$$



結論

- 長い導管から気体流入がある真空容器を一定排気速度で排気する場合の, 圧力の変化を求めた。
- 従来の $S = 0$ と $S = \infty$ の両極端の解に加えて, 任意の S に対する圧力変化を求められる。