

テーパ管の分子流コンダクタンスの数值解析

松田七美男, 井上竜ノ介

東京電機大学工学部

2007年11月14日

研究目的

- テーパ管の分子流コンダクタンス C の正確な値を**数值計算**により求める．開孔コンダクタンスを C_0 , 通過確率を K として,

$$C = KC_0 \quad (1)$$

- 数值計算は, **モンテカルロシミュレーション法**と**積分方程式法**により行い, 相互に比較する．

```
\documentclass[12pt,dvips,CJK]{beamer}
\usepackage{Warsaw}
\usefonttheme{professionalfonts}
\setbeamercovered{dynamic}
%\usecolortheme{seahorse}
%\useoutertheme{default}
%\useinnertheme{rounded}

\usepackage{varg}{txfonts}
\usepackage{pstricks}
\renewcommand{\kanjifamilydefault}{gt}
%\mathversion{bold}
\everymath{\displaystyle}

\title{テーパ管の分子流コンダクタンスの数值解析}
\institute{東京電機大学工学部}
\author{松田七美男, 井上竜ノ介}
\date{2007年11月14日}
```

以上はプリアンブルまで, タイトルページの出力は以下のコマンドによる．

```
\begin{frame}
\titlepage
\end{frame}
```

```
\begin{frame}

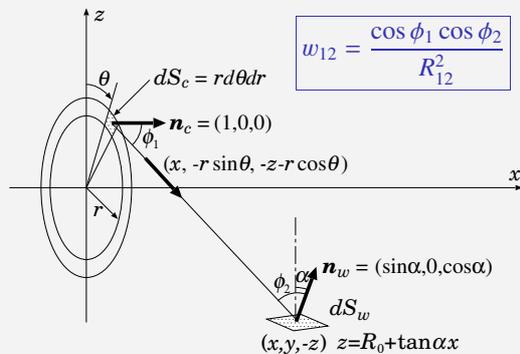
\frametitle{研究目的}
\large

\begin{itemize}
\item テーパー管の分子流コンダクタンス  $C$  の正確な値を  $\text{\alert{数值計算}}$ 
により求める．開孔コンダクタンスを  $C_0$  , 通過確率
を  $K$  として,
\begin{align}
C &= KC_0
\end{align}
\end{itemize}

\pause
\item 数值計算は,  $\text{\alert{モンテカルロシミュレーション法}}$ と $\text{\alert{積分方程式法}}$ により行い, 相互に比較する．
\end{itemize}

\end{frame}
```

壁や開口部の微小面要素



```
\begin{frame}

\frametitle{壁や開口部の微小面要素}

\begin{figure}[h]
\includegraphics[width=10cm]{Icane.eps}
\end{figure}

\pause
\large
\rput[1b](6,6){%
\structure{\fbox{$w_{12}=\frac{\cos\phi_1\cos\phi_2}{R_{12}^2}$}}
}

\end{frame}
```

Clausing の積分方程式

定常状態におけるガス放出速度 $q(x)$ (=入射頻度) について

$$q(x) = \Gamma^{(\alpha)}(R_0, x) + \int_0^L q(\xi) G^{(\alpha)}(\xi, x) d\xi \quad (2)$$

$\Gamma^{(\alpha)}(R_0, x)$: 開口端から円錐台上の微小面

$G^{(\alpha)}(\xi, x)$: 円錐台から円錐台上の微小面

```
\begin{frame}

\frametitle{Clausing の積分方程式}
\large

定常状態におけるガス放出速度  $q(x)$  (=入射頻度) について

\pause
\begin{block}{}
\vspace{-1.5ex}
\begin{align}
q(x) &= \text{\mit\Gamma}^{(\alpha)}(R_0, x)
+ \int_0^L \text{\mit\Gamma}^{(\alpha)}(x) G^{(\alpha)}(x, x) d\xi \\
&\text{\mit\Gamma}^{(\alpha)}(R_0, x) \text{\mbox{ : 開口端から円錐台上の微小面}} \\
&\text{\mit\Gamma}^{(\alpha)}(x, x) \text{\mbox{ : 円錐台から円錐台上の微小面}}
\end{align}
\end{block}

\end{frame}
```

具体的な関数

$u = x - \xi$, $R_x = R_0 + x \tan \alpha$, $R_\xi = R_0 + \xi \tan \alpha$ において,

開口部から壁

$$\Gamma^{(\alpha)}(R_0, x) = \frac{1}{2R_x \cos \alpha} \left[\frac{R_0(3R_x - R_0) \cos^2 \alpha + x^2}{\sqrt{4R_0 R_x \cos^2 \alpha + x^2}} - R_0 \sin \alpha \cos \alpha - x \right] \quad (3)$$

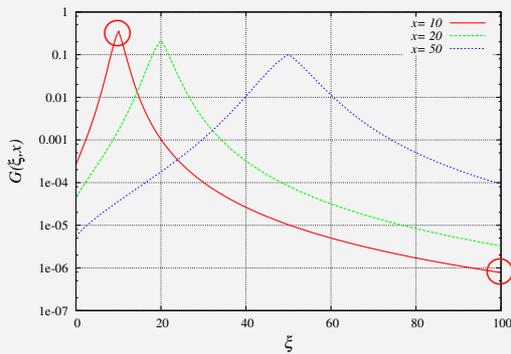
壁から壁

$$G^{(\alpha)}(\xi, x) d\xi = \frac{\cos \alpha}{2R_x} \left[1 - \frac{|u| \left(u^2 + 6R_x R_\xi \cos^2 \alpha \right)}{\left(u^2 + 4R_x R_\xi \cos^2 \alpha \right)^{3/2}} \right] d\xi \quad (4)$$

松田七美男, 井上竜ノ介 テーパー管の分子流コンダクタンスの数値解析

```
\begin{frame}
\frametitle{具体的な関数}
\begin{block}{開口部から壁}
\begin{align}
\Gamma^{(\alpha)}(R_0, x) = \frac{1}{2R_x \cos \alpha} \left[ \frac{R_0(3R_x - R_0) \cos^2 \alpha + x^2}{\sqrt{4R_0 R_x \cos^2 \alpha + x^2}} - R_0 \sin \alpha \cos \alpha - x \right]
\end{align}
\end{block}
\begin{block}{壁から壁}
\begin{align}
G^{(\alpha)}(\xi, x) d\xi = \frac{\cos \alpha}{2R_x} \left[ 1 - \frac{|u| \left( u^2 + 6R_x R_\xi \cos^2 \alpha \right)}{\left( u^2 + 4R_x R_\xi \cos^2 \alpha \right)^{3/2}} \right] d\xi
\end{align}
\end{block}
\end{frame}
```

核 $G(\xi, x)$



松田七美男, 井上竜ノ介 テーパー管の分子流コンダクタンスの数値解析

```
\begin{frame}
\frametitle{核 $G(\xi, x)$}
\begin{center}
\includegraphics[width=10cm]{func-G.eps}
\end{center}
\pause
% \psgrid(11,8)
\rput[lb](2.7,7.05){\thicklines\alert{\circle{14}}}
\rput[lb](10.1,2.4){\thicklines\alert{\circle{14}}}
\end{frame}
```

数値計算結果同士の比較

α		L/R_0				
		0.1	0.2	...	5	10
1	*IE	0.9540787	0.9124899	...	0.3459949	0.2368316
	*MC	0.9540780	0.9124897	...	0.3459974	0.2368326
	IE	0.9540787	0.9124899	...	0.3459949	0.2368317
	MC	0.954077	0.912474	...	0.345922	0.236882
5	*IE	0.9603735	0.9247630	...	0.4786465	0.4086013
	*MC	0.9603720	0.9247632	...	0.4786462	0.4086031
	IE	0.9603735	0.9247630	...	0.4786465	0.4086013
	MC	0.960395	0.924765	...	0.478609	0.408609

*IE, *MC は Lobo, J.Vac.Sci.Technol. A21(4),1452(2003) の報告値

松田七美男, 井上竜ノ介 テーパー管の分子流コンダクタンスの数値解析

```
\begin{frame}
\frametitle{数値計算結果同士の比較}
\begin{center}
\footnotesize
\renewcommand{\arraystretch}{1.5}
\begin{tabular}{c|llllll}
\hline
& \multicolumn{6}{p{10cm}}{\hfill$L/R_0$\hfill{}} \llbracket -2ex \\
\hline
\alpha$ & 0.1 & 0.2 & ... & 5 & 10 \\
\hline
1 & *IE & 0.9540787 & 0.9124899 & ... & 0.3459949 & 0.2368316 \\
& *MC & 0.9540780 & 0.9124897 & ... & 0.3459974 & 0.2368326 \\
& IE & 0.9540787 & 0.9124899 & ... & 0.3459949 & 0.2368317 \\
& MC & 0.954077 & 0.912474 & ... & 0.345922 & 0.236882 \\
5 & *IE & 0.9603735 & 0.9247630 & ... & 0.4786465 & \alert{0.4086013} \\
& *MC & 0.9603720 & 0.9247632 & ... & 0.4786462 & \alert{0.4086031} \\
& IE & 0.9603735 & 0.9247630 & ... & 0.4786465 & \alert{0.4086013} \\
& MC & 0.960395 & 0.924765 & ... & 0.478609 & \alert{0.408609} \\
\hline
\multicolumn{7}{l}{*IE, *MC は Lobo, J.Vac.Sci.Technol. A21(4),1452(2003) の報告値}
\end{tabular}
\end{center}
\end{frame}
```

まとめ

- 積分方程式法 (IE) とモンテカルロシミュレーション法 (MC) により, テーパー管の分子流コンダクタンスを計算した.
- Lobo の報告には直接掲載されてなかった, 積分方程式の核関数 $G(\xi, x)$ を明示した.
- IE 法と MC 法による **数値計算結果は互いに良く一致**し, Lobo 等の報告例とも一致した.
- 精度はほぼ同じ計算実行時間内で, MC 法が 5 桁, IE 法が 7 桁程度であり, **IE 法の効率が飛躍的に高い**.

松田七美男, 井上竜ノ介 テーパー管の分子流コンダクタンスの数値解析

```
\begin{frame}
\frametitle{まとめ}
\large
\begin{enumerate}
\item 積分方程式法 (IE) とモンテカルロシミュレーション法 (MC) により, テーパー管の分子流コンダクタンスを計算した.
\pause
\item Lobo の報告には直接掲載されてなかった, 積分方程式の核関数  $G(\xi, x)$  を明示した.
\pause
\item IE 法と MC 法による  $\alert{数値計算結果は互いに良く一致}$ し, Lobo 等の報告例とも一致した.
\pause
\item 精度はほぼ同じ計算実行時間内で, MC 法が 5 桁, IE 法が 7 桁程度であり,  $\llbracket \alert{IE 法の効率が飛躍的に高い}$ .
\end{enumerate}
\end{frame}
```